

Esempio 1.1

Un'automobile parte da un semaforo e viaggia con velocità costante di 40 km/h.

Nell'istante in cui essa ha percorso 0.2 Km, un'altra automobile, che viaggia alla velocità costante di 60 km/h, passa per lo stesso semaforo.

Dopo quanto tempo in secondi la seconda automobile raggiunge la prima?

- A) 36
- B) 72
- C) 24
- D) 18
- E) 12

La **risposta corretta** è la **A**).

Il quiz proposto appartiene alla categoria dei quiz inerenti lo spazio, la velocità e il tempo, grandezze legate dalla equazione $s = v \bullet t$, ovvero, nell'ipotesi che la velocità sia costante, **lo spazio percorso è uguale al prodotto tra la velocità e il tempo.**

In caso il quiz chieda di determinare la velocità, si può applicare la formula inversa:

$$\mathbf{V = s / t}$$

oppure se il quiz chiede di determinare il tempo, come nel quiz indicato, si può applicare l'altra formula inversa:

$$\mathbf{T = s / v}$$

Nel primo esempio, la distanza iniziale tra le due automobili equivale a 0.2 Km. Come velocità va considerata la differenza tra le velocità delle due vetture, ovvero $60 - 40 = 20$ Km/h.

Quindi il tempo che impiega la seconda auto a raggiungere la prima è:

$$\mathbf{T = s / v = 0.2/20 = 2/10 \times 1/10 = 1/100 \text{ h}}$$

Dall'espressione precedente si deduce che la seconda vettura impiega un centesimo di ora a raggiungere la prima auto. Poiché un'ora equivale a 3.600 secondi, un centesimo di ora è uguale a 36 secondi.

Nel quiz proposto la velocità è stata calcolata sottraendo la velocità delle 2 automobili perché entrambe procedevano nella stessa direzione.

In **altri quiz** sono proposte automobili o persone o animali che procedono l'uno verso l'altro o, al contrario, che procedono in direzioni opposte.

In questi casi le velocità vanno sommate, e non sottratte come nell'esempio precedente.

Esempio 1.2

6 operai confezionano 120 paia di guanti in 20 giorni.
Quanti giorni occorrono a 3 operai per confezionare 30 paia di guanti dello stesso tipo?

A) 12

B) 20

C) 18

D) 30

E) 10

La **risposta corretta** è la **E**), ossia **10 giorni**.

Il quiz proposto è un esempio di “**problema di lavoro**” in cui ci sono una o più persone (o una o più macchine o uno o più animali, ecc.) che realizzano una o più attività (o oggetti, o altro) in un determinato intervallo di tempo.

Per risolverlo si può adottare la **seguente strategia**:

1. Innanzitutto occorre **determinare il numero di cose eseguite da 1 persona nell'unità di tempo stabilito** secondo la **seguente formula**:

n° di cose eseguite

$$\left. \begin{array}{l} \text{n° di cose eseguite} \\ \text{nell'unità di tempo} \\ \text{da 1 persona} \end{array} \right\} = 1/\text{n° persone} \times 1/\text{tempo} \times \text{n° cose eseguite}$$

2. Se il quiz chiede **quanto tempo è necessario ad un determinato numero di persone per realizzare la quantità di cose da fare**, si può applicare la **seguinte formula**:

$$\text{tempo} = \text{n}^\circ \text{ di cose da eseguire} / \text{n}^\circ \text{ cose eseguite} \times \text{n}^\circ \text{ di persone}$$

3. Se il quiz chiede **quante persone sono necessarie per realizzare la quantità di cose richieste nell'intervallo di tempo indicato**, si può applicare, invece, la **seguinte formula**:

$$\text{n}^\circ \text{ di persone} = \text{n}^\circ \text{ di cose da eseguire} / \text{n}^\circ \text{ cose eseguite} \times \text{tempo indicato.}$$

4. Se il quiz chiede **quante cose riescono a realizzare le persone indicate nel testo, nell'intervallo di tempo suggerito**, si può applicare, infine, la **seguente formula**:

n° di cose eseguite = n° di cose eseguite **x** n° di persone **x** tempo indicato.

Nella risoluzione del quiz proposto, sapendo che 6 operai confezionano 120 paia di guanti in 20 giorni, occorre fare riferimento alla prima formula (n° di cose fatte da 1 operaio in 1 giorno):

$$1/6 \times 1/20 \times 120 = 1 \times 1 \times 120 / 120 = 1$$

Significa che **1 operaio in 1 giorno realizza 1 paio di guanti**.

Poiché il quiz chiede quanti giorni occorrono a 3 operai per realizzare 30 paia di guanti, si procederà con la seconda formula:

$$\text{Tempo} = 30 \text{ guanti} / 1 \times 3 \text{ operai} = 10 \text{ giorni.}$$

Un'altra tipologia di quiz, abbastanza frequente, è quella in cui ci sono **due o più persone che eseguono lo stesso lavoro impiegando tempi differenti.**

In casi come questo occorre determinare in quanto tempo il lavoro verrebbe eseguito se le persone lavorassero insieme, come mostrato nell'esempio seguente:

Esempio 1.3

Tre artigiani costruiscono un divano rispettivamente in quattro, cinque e dieci giorni.

Quanto tempo impiegano a costruire 11 divani lavorando insieme?

- A) 30 giorni
- B) 40 giorni
- C) 10 giorni
- D) 11 giorni
- E) 20 giorni

Ci sono tre artigiani. Ciascuno di essi realizza un divano, impiegando tempi diversi:

- il primo artigiano impiega quattro giorni,
- il secondo impiega cinque giorni
- il terzo impiega dieci giorni.

Anche in questo tipo di quiz ci sono **due regole da seguire**:

1. Come prima regola bisogna **sommare gli inversi dei tempi impiegati** dai tre artigiani nel seguente modo:

$$1/4 + 1/5 + 1/10 = 11/20$$

2. Successivamente, si deve **considerare l'inverso del risultato ottenuto nello step precedente** (20/11), che, tradotto in giorni lavorativi, consiste in circa 2 giorni lavorativi.

Concludendo, i 3 artigiani, lavorando insieme, impiegherebbero circa 2 giorni per realizzare 1 divano.

Poiché nel caso dell'esempio dobbiamo individuare il numero dei giorni necessari per realizzare 11 divani, sarà sufficiente moltiplicare **20/11 per 11 = 20**.

Pertanto, la **risposta corretta** è la **E)**, ossia **20 giorni**.

Esempio 1.4

Il serbatoio di una stampante a getto d'inchiostro è completamente pieno. Dopo che è stata effettuata la stampa della tesi di uno studente, è pieno per $\frac{3}{5}$.

La stampa di un tema di un altro studente consuma 20 cc e lascia il serbatoio pieno per $\frac{2}{5}$.

Qual è la capacità complessiva del serbatoio?

- A) 120 cc
- B) 100 cc
- C) 80 cc
- D) 60cc
- E) 50cc

La **risposta corretta** è la **B**), ossia **100 cc**.

La stampa del tema determina un consumo di inchiostro tale che il serbatoio della stampante passa da un livello di $\frac{3}{5}$ ad uno di $\frac{2}{5}$, ovvero il consumo di inchiostro per la stampa del tema è stato pari ad $\frac{1}{5}$ del contenuto del serbatoio.

Poiché nella traccia si dice che il consumo di inchiostro per la stampa del tema è stato pari a 20 cc, si deduce che $\frac{1}{5}$ del serbatoio della stampante equivale a 20 cc di inchiostro.

Se $\frac{1}{5}$ equivale a 20 cc, allora il contenuto del serbatoio è pari a 20 per l'inverso della frazione, ovvero a $20 \times \frac{5}{1} = 100$ cc.

Il quiz proposto è stato risolto mediante l'applicazione di semplici conoscenze aritmetiche, che è necessario applicare frequentemente nelle sezioni di *problem solving*, come mostrato anche nell'esempio seguente.

Esempio 1.5

Un gruppetto di scoiattoli accantonano 10 noccioline il primo giorno del mese, 20 il secondo, 30 il terzo e così via per tutto un mese.

Alla fine del trentesimo giorno quante noccioline hanno accumulato in totale?

A) 4.500

B) 4.650

C) 9.300

D) 15.000

E) 16.500

La **risposta corretta** è la **B**), ossia **4.650 noccioline**.

Si tratta, in questo caso, di una **somma sequenziale**; si tratta cioè di sommare: $10 + 20 + 30 + 40 + \dots$ fino ad arrivare a “+ 300”.

E' evidente che il procedimento, per quanto semplice in quanto si tratta di eseguire somme agevoli, richiederebbe troppo tempo per svolgerlo nella sua interezza.

In situazioni analoghe a questa bisogna pensare a delle scorciatoie che consentano di individuare la soluzione il più rapidamente possibile:

ad esempio, nel quiz proposto si può notare come sommando il primo e l'ultimo addendo, ovvero sommando 10 e 300, si ottenga **310**.

Ma anche sommando il secondo (20) e il penultimo (290) addendo si ottiene **310**, oppure sommando il terzo (30) e il terzultimo (280) addendo.

Quindi, **considerando gli addendi a coppie, moltiplicando il risultato della somma dei due termini di una coppia per il numero di coppie che si possono formare è possibile determinare il risultato riducendo sensibilmente i calcoli da svolgere.**

Quante coppie si formano?

Il numero delle coppie è uguale al numero di addendi diviso 2.

Nell'esempio proposto, gli addendi sono 30 e $30 : 2 = 15$.

Quindi il risultato della somma sequenziale è uguale a $310 \times 15 = 4.650$ (B).

Più in generale, se il quiz assegnato richiede di determinare il risultato di una somma sequenziale, si può applicare la formula:

$$S = n/2 \bullet (n_i + n_f)$$

Dove:

- **S** indica il **risultato** della **somma effettuata**,
- **n** indica il **numero di addendi**,
- **n_i** indica il **valore del primo addendo** e
- **n_f** indica il **valore dell'ultimo addendo**,

Attenzione, però, a non confondere le somme sequenziali con quiz analoghi al seguente.

Esempio 1.6

In una gara ciclistica è presente un tratto di strada in discesa.
Un ciclista raddoppia il tratto di strada percorso ogni secondo: in 20 secondi arriva a percorrere tutto il tratto.
Quanti secondi impiega per percorrere la metà?

A) 10

B) 19

C) 2

D) 11

E) Dipende dalla lunghezza del tratto in discesa

La **risposta corretta** è la **B)**, ossia **19 secondi**.

Poiché il ciclista raddoppia il tratto di strada percorso ogni secondo, **l'andamento del fenomeno descritto è esponenziale e non sequenziale**.
Per semplicità, supponiamo che il ciclista abbia impiegato 5 secondi a percorrere tutto il tratto e che dopo il primo secondo abbia percorso 10 metri, come mostrato nella tabella seguente.

1° secondo	2° secondo	3° secondo	4° secondo	5° secondo
Al termine del 1° secondo ha percorso 10 metri	Al termine del 2° secondo ha percorso altri 10 metri (20 metri complessivi)	Al termine del 3° secondo ha percorso altri 20 metri (40 metri in totale)	Al termine del 4° secondo ha percorso altri 40 metri (80 metri come somma)	Al termine del 5° secondo ha percorso altri 80 metri (complessivamente 160 metri)

Dall'analisi della tabella risulta evidente che se il ciclista ha impiegato 5 secondi a percorrere l'intero tratto in discesa, allora avrà coperto metà del tratto al termine del secondo precedente, cioè del 4° secondo.

Infatti, al termine del 5° secondo ha percorso complessivamente 160 metri, mentre al termine del 4° secondo aveva percorso complessivamente 80 metri (80 è la metà di 160).

Analogamente, se il ciclista ha impiegato 20 secondi a percorrere l'intero tratto in discesa, allora avrà coperto metà del tratto al termine del secondo precedente, ovvero del **19° secondo (risposta B)**.

Oltre ai quiz in cui bisogna applicare nozioni di aritmetica, capiterà di imbattersi in quiz in cui è necessario applicare **conoscenze algebriche**, come mostrato nei **due esempi seguenti**.

Esempio 1.7

Se:

$$\blacksquare + \text{😊} = \bullet$$

$$\bullet + \text{😊} = \#$$

$$\blacksquare + \text{😊} + \text{😊} = 13$$

Allora # è uguale a:

A) 9

B) 13

C) 15

D) 7

E) 8

La **risposta corretta** è la **B)**, ossia **13**.

Il quiz propone **un'equazione simbolica**, ossia sono elencate delle operazioni scritte con simboli e numeri.

Al candidato **viene chiesto di individuare a quale numero corrisponda un preciso simbolo**.

Si tratta di esercizi che mirano a valutare non tanto la capacità di calcolo, quanto quella di ragionamento logico a partire dai simboli proposti.

Nell'esempio proposto, analizzando la **prima equazione**, $\blacksquare + \text{😊} = \bullet$ ci si rende conto che la somma del quadrato e dello smile dà come risultato il cerchio. La **terza equazione**, $\blacksquare + \text{😊} + \text{😊} = 13$, in cui compaiono nuovamente il quadrato e lo smile, poiché quadrato + smile è uguale al cerchio, il cerchio può essere sostituito nella **terza equazione** a cerchio + smile = 13.

Ma il $\bullet + \text{😊}$ compare anche nella seconda equazione proposta, da cui si evince che $\bullet + \text{😊} = \#$.

Quindi se $\bullet + \text{😊} = \#$ e se $\bullet + \text{😊} = 13$, allora, per la proprietà transitiva $\# = 13$.

Oltre alle equazioni simboliche, vengono frequentemente assegnati quiz in cui devi **tradurre le informazioni riportate nella traccia in linguaggio matematico, ottenendo delle equazioni di primo o di secondo grado**, oppure ottenendo dei **sistemi**, la cui risoluzione ti consente di rispondere al quesito, come mostrato in questo esempio:

Esempio 1.8

Tre sorelle hanno un'età complessiva pari a 75 anni.
La maggiore delle tre ha un'età pari ai tre/mezzi dell'età della minore delle tre.
La sorella di mezzo ha cinque anni in meno della sorella maggiore.
Quanti anni ha la sorella maggiore?

- A) 20
- B) 26 e 3 mesi
- C) 32
- D) 30
- E) 25

Indica l'età delle tre sorelle con x , y e z , ovvero:

- età sorella maggiore $\rightarrow x$
- età sorella "di mezzo" $\rightarrow y$
- età sorella minore $\rightarrow z$

procedi, poi, con la traduzione delle informazioni riportate nella traccia:

- *"tre sorelle hanno un'età complessiva pari a 75 anni"* $\rightarrow x + y + z = 75$;
- *"la maggiore delle tre ha un'età pari ai tre mezzi dell'età della minore delle tre"* $\rightarrow x = \frac{3}{2}z$
- *"la sorella di mezzo ha cinque anni in meno della sorella maggiore"* $\rightarrow y = x - 5$.

Ragionando come mostrato in precedenza, si ottengono tre equazioni che vanno messe a sistema nel modo seguente:

$$\begin{array}{llll} 1. & x + y + z = 75 & \rightarrow & 3/2 \cdot z + y + z = 75 \rightarrow \dots\dots\dots \\ 2. & x = 3/2 \cdot z & \rightarrow & x = 3/2 \cdot z \rightarrow \dots\dots\dots \\ 3. & y = x - 5 & \rightarrow & y = 3/2 \cdot z - 5 \rightarrow \dots\dots\dots \end{array}$$

In definitiva, **la sorella maggiore**, cioè **x**, ha **30 anni**.

La risposta corretta è la **D)**, ossia **30**.